

SACHÜBERLIEFERUNG UND GESCHICHTE

**Siegener Abhandlungen
zur
Entwicklung der materiellen Kultur**

Band 34

**Herausgegeben von
Harald Witthöft, Ulf Dirlmeier, Rainer S. Elkar,
Gerhard Fouquet und Jürgen Reulecke**

ORDO ET MENSURA VII

**Herausgegeben von
Florian Huber und Rolf C. A. Rottländer**

**Internationaler Interdisziplinärer Kongreß
für Historische Metrologie**

vom 4. bis 7. Oktober 2001

**im Deutschen Museum
München**

SCRIPTA MERCATURAE VERLAG

Titelbild aus: Johann Jacob Schmidt: Biblischer Mathematicus. Züllichau 1749
(s. Beitrag Rolf Legler)

Florian Huber und Rolf C. A. Rottländer (Hrsg.)

ORDO ET MENSURA VII

(Sachüberlieferung und Geschichte, Bd. 34)

St. Katharinen 2002

Copyright: SCRIPTA MERCATURAE VERLAG
D - 55595 St. Katharinen

ISBN 3 - 89590 - 125 - 3

Inhaltsverzeichnis

Vorwort	1
Zum Geleit	4
Rolf C. A. Rottländer zum 12. August 2002	6
<i>PD Dr. Hans-Georg Bartel, Berlin</i> Über "Die chemischen Grundlehren nach Menge, Maß und Zeit" Ja- cobus Hendricus van't Hoff's	11
<i>PD Dr. Friedrich Balck, Clausthal-Zellerfeld</i> Historische Meßgeräte der Physik	20
<i>Dr. Gerhard Helmstaedter, Pulheim</i> Quantum Satis: Umgang der Apotheker mit Maß und Gewicht	32
<i>Prof. Dr.-Ing. Albrecht Kottmann, Stuttgart</i> Das Differenzverfahren, ein sicherer Weg zur Bestimmung von Län- gen- und Gewichtseinheiten	41
<i>Dipl.-Math. Wolfgang Rieger, München</i> Ein Verfahren zur Bestimmung von Maßvermutungen	54
<i>PD Dr. Dr. Rolf C.A. Rottländer, Rottenburg-Kiebingen, Köln</i> Die Ableitung der vormetrischen Längeneinheiten aus dem Urmaß - lediglich ein mißlungener Versuch ?	65
<i>Dr. Joachim Langhein, Heidelberg</i> Auf dem Wege zu einer allgemeinen Theorie der Proportion. Forschungsperspektiven für das 21. Jahrhundert ("Werkstatt-Bericht")	76
<i>Dipl.-Ing. (FH) Wolfgang Schmid, M.A., München</i> Metrologische Untersuchungen zum Beziehungsgeflecht der Gräber- ellipsen im spätbronzezeitlichen Urnenfelderfeld von Unterhaching, Kr. München	98
<i>Dr. Franz Schubert, Glux-en-Glenne / Wolnzach</i> Untersuchungen zur Maß- und Entwurfslehre keltischer Holzbauten	109
<i>PD Dr. Hans-Georg Bartel, Berlin</i> Aus der Geschichte der Erforschung altägyptischer Maße	120

Auf dem Wege zu einer allgemeinen Theorie der Proportion. Forschungsperspektiven für das 21. Jahrhundert ("Werkstatt-Bericht")

von Joachim Langhein

Einleitung

Dieser Artikel ist ein Versuch, die Möglichkeiten eines Forschungskonzepts zur allgemeinen Theorie der Proportion zu prüfen. Er ist ein Ausschnitt aus einem ca. 100 Druckseiten umfassenden "Werkstattbericht" (3.1.1. - 3.2.6), der aus Platzgründen nicht ganz in diesem Band abgedruckt werden konnte.

Nach einer 20jährigen Beschäftigung mit dem Thema sehe ich als Ökonom, Ökologe und (promovierter) Geograph eine generelle Priorität von Thema und Methode. Die Ästhetik von Umwelt, Architektur, Stadt- und Kulturlandschaft und deren Wirkung auf die elementaren Grundbedürfnisse des Menschen (nach A. MASLOW) sind Ausgangspunkt der Überlegungen: ohne Schutz und Wiederherstellung der schwer beschädigten Orts- und Landschaftsästhetik kann die Volksgesundheit und das Überleben der Globalzivilisation nicht gesichert werden; *Umweltästhetik ist Daseinsvorsorge*. Die Grundelemente der Ästhetik sind objektivierbar - nicht zuletzt durch eine allgemeine Proportionstheorie. Dadurch wird die subjektive Seite der Ästhetik aufgewertet.

Die Grundargumentation dieser Arbeit lautet, daß die Wahrnehmung analog zu LEIBNIZ' (1712) berühmter Feststellung (zur ästhetischen Wahrnehmung als "verborgene Übung des Geistes in Mathematik") permanent mathematische Ordnungen oder Muster erfaßt (und zwar in der optischen Wahrnehmung primär geometrische, symmetrische, topologische, rhythmische, textuell-farbliche, symbolische u.a. "gruppen-gestaltliche" Ordnungen, in der akustischen Wahrnehmung, Tonharmonien, Rhythmik, Metrik usw.). Gestaltliche Ordnungen gehen grundsätzlich auf Muster (patterns) zurück, die im Bereich der visuellen Mathematik, der Physik der Farben usw. umfangreich objektivierbar sind; diese müssen mit gestaltpsychologischen Mustern (Gestaltgesetzen) in Bezug gesetzt werden. Ästhetik setzt Gleichgewicht(e) von Ordnung und Vielfalt (Zeichenordnung und -fülle) in der Gestalt voraus, und ferner, daß der Geist des Menschen (z.B. die kognitiven und emotionalen Kräfte der Psyche) bei der Wahrnehmung ästhetischer Gestalten in Sekundenbruchteilen sehr starke *Informationsreduktionen und -anreicherungen* vornehmen kann, und zwar mithilfe der *Proportion und anderer vereinheitlichender Kriterien wie symmetrische & topologische Muster,*

Rhythmus, Farbe, mikrofraktale Textur, Licht und Schatten usw., wodurch Zeichenfülle auf Zeichenordnung reduziert wird. Beide sind gleich wichtig. *Ästhetik macht aus, daß sich der wahrnehmende Geist zwischen harmonischer Ordnung und Vielfalt bewegen kann. Proportion ist die primäre Leitgröße, die Ordnung und Vielfalt aufeinander abstimmt.* Daneben gibt es aber zahlreiche weitere, teilweise genannte Gestaltkriterien, die ebenfalls auf ihren jeweiligen "Gestaltenebenen" ausgleichend wirken. In dieser Arbeit konzentriert sich der Autor auf die Ästhetik der Architektur, in der manches (z.B. die primär relevante 3D-Geometrie des Baukörpers, der 2D-Geometrie von Grund- und Aufriß) einfacher, anderes aber schwieriger ist (wegen der Multifunktionalität, der Größe und Unüberschaubarkeit, des Außen und Innen, der lebenslangen Begegnung) komplizierter ist als bei anderen Künsten, Artefakten, Umwelten.

Proportion als ein anwendbarer Teilbereich der visuellen Mathematik koordiniert primär die geometrisch extensionale Ordnung zwischen dem Ganzen und den Teilen und zwischen den Teilen. Dadurch werden die Voraussetzung für andere vereinheitlichende Prinzipien geschaffen, im Bereich der sonstig visuellen Mathematik auch für die Muster der Symmetrie (d.h. Muster der Regelmäßigkeit und invarianten Transformationen durch 17 Symmetriegruppen der Ebene und 230 des Raumes) und der Topologie (der Lage, Netzwerke, Verknüpfungen usw., Beispiel: Knoten). Zum visuellen-figuralen Bereich gehören aber nicht zuletzt der *Rhythmus* - der dynamische Gegenspieler zur ordnenden Proportion -, und die über 100 Gestaltgesetze der Gestaltpsychologie, deren Muster endlich i.S. der visuellen Mathematik besser strukturiert werden sollten, und - last but not least - die optischen Täuschungen (mit der alte Baumeister auch der traditionellen Architektur oft meisterhaft spielen konnten, weil man etwas Nicht-Vorhandenes sieht und dabei mit Vorhandenem in eine ästhetische Spannung setzen kann). Andere Gestaltebenen (wie Fraktalität der Textur, Farbe, Semantik, Umwelt bzw. Ensemble usw.), die in dieser Arbeit als "Subfunktionen" behandelt werden, fügen sich in alter Architektur- und Ortsgestaltung ebenfalls als vereinheitliche Gestaltebenen in das Bild zur Steigerung der ästhetischen Wirkung ein, mögen aber gegengewichtend einmal stärker das Moment der Vielfalt, ein anderes Mal das der Ordnung betonen. 2D-Gestalten an der 3D-Kunst Architektur können ein viel breiteres "Spektrum der Proportionsgeometrie" in architektonische Gesamtkunstwerke einbringen, vor allem fraktale Geometrie in Ornamentik und Details, sowie die Ausdruckssteigerung durch mannigfaltige Effekte der Symmetrie, Topologie, diverser Ausdrucks- und Semantikqualitäten.

Ästhetischer Genuß ist eine der menschlichsten und ökologisch unschädlichsten Fähigkeiten des Menschen. Sie stellt sich ein, wenn der Wahrnehmende

durch vereinheitlichende Muster zugleich Ordnung und Fülle wahrnimmt, und zwischen beiden seine Aufmerksamkeit ohne Störung auf allen Gestaltebenen wahrnehmungsmäßig spielen kann. Die Übung dieser Fähigkeit wird in der Zukunft, wenn die üblichen Ressourcen sich verknapfen werden, mehr denn je gefordert werden.

Komplementäre Ergänzung durch andere Gestaltkriterien ist also für die Proportion (*Gestaltalgorithmik*) als primärer Vermittler in Gestalten aller Art, ästhetischen Gestalten der Musik, Architektur, bildenden Künste und Landschaften unabdingbar. Für die Entwicklung einer allgemeinen Proportionstheorie sind als primäre Sach- und Fachbereiche die Wahrnehmungsforschung & Psychologie, die Mathematik & Geometrie und die Artefaktenforschung, Kunstgeschichte & Humanity-Wissenschaften neben vielen zuarbeitenden Hilfsdisziplinen zu aktivieren.

Die Analyse der Proportionswirkungen unterscheidet zwischen Haupt- und Subfunktionen. Die vier Hauptfunktionen sind: (1) Die Proportion ermöglicht der Wahrnehmung innerhalb von Sekundenbruchteilen eine *Informationsreduktion* um den Faktor 4-5 zwecks Erfassung von Superzeichen höherer Ordnung durch das Kurzzeitgedächtnis, um dann die Aufmerksamkeit den zuvor vernachlässigten Details und der Ordnung weiterer Gestaltebenen zuwenden zu können. Informationsverringering erfolgt in dem Maße, wie Ordnung bzw. Struktur am Objekt erfaßt worden ist, gestaltenprägnant ist. Es handelt sich um eine geradezu phantastische Fähigkeit unseres Wahrnehmungsapparats und Geistes, quasi blitzartig Gestaltordnung (Gestaltprägnanz) und relevante Informationen aus 1-2 Mio. bits filtern zu können. Bei den drei anderen Hauptfunktionen wirkt die Proportion ausgleichend zwischen Ordnung und Vielfalt /Chaos auch in Bezug auf

(2) die *Anordnung* (dis Die 1. Hauptfunktion betrifft die Reduktion der Zeichenfülle auf Zeichenordnung et vc. Die 2. die vitruvischen Kategorien *ordinatio* (*taxis*), *dispositio* (*diathesis*) und *symmetria*, also Anordnung in Bezug auf die visuelle Mathematik der Wahrnehmung. Vielleicht auch *emmetria*, *metriótäs* und schließlich die zeitbezogene Typenhaftigkeit der Hocharchitektur und raumbezogene Typenhaftigkeit der traditionellen Architektur.

(3) Die 3. Hauptfunktion entspricht Vitruvs *eurythmia* und *symmetria* und Albertis *conconitas*, bzw. die *grazia* des Manierismus und Frühbarock, deutsch altmodisch Anmut & Eleganz, die gerade für traditionelle Architektur typisch sind.

(4) Die 4. Hauptfunktion betrifft die *Umgebungseinordnung*. Bei den einfachen, oft so elegant gestalteten Bauernhäusern hat man den Eindruck, daß sie

nicht nur genial in ihre Umgebung hinkomponiert sind und den harmonischen Ausdruck der Landschaft steigern, sondern sich gewissermaßen zu ihrer geometrischen Klarheit und Einfachheit die fraktal geordnete Vielfalt der Kulturlandschaft "gestaltlich leihen". Ähnlich kann man den Kontrast zwischen der klaren Geometrie japanischer Paläste mit den fraktal komponierten Gartenanlagen charakterisieren (Spannungskontrast zwischen regulären und irregulären Strukturen). Die Gestaltprägnanz wird erheblich erhöht. Hierauf beruhen auch Prinzipien des chinesischen und japanischen Fengshui (E. LIP 1995).

Die bis ca. 1830/50 geschaffenen kleinen und großen Monumente der (visuellen) Künstler und die Artefakte der westlichen Kulturen weisen eine Proportionierung und Vereinheitlichung aller ästhetischen wesentlichen Gestaltkriterien auf, ohne dadurch in irgendeiner Weise der Funktionalität, Statik und Dauerhaftigkeit Abbruch zu tun. Ihr Alter beweist ihre Solidität.

Proportion wurde in der Vorindustriezeit primär durch einfache, ohne Mathematikkenntnisse anwendbare praktische Geometrie von Handwerk und Architektur und teilweise in andere Künste als Entwurfshilfsmittel angewandt, das wirksam die Kreativität und Intuition unterstützt; diese praktische Geometrie erforderte keine formale Mathematikausbildung, wurde im Zuge der Lehrlings- und Gesellenausbildung vermittelt, und war geeignet, komplexe Gestaltungslösungen bewältigen zu können; die gestalterische Freiheit wurde eher angeregt als eingeschränkt. Die Architektur als 3D-Kunst stützte sich primär auf einen kleinen Ausschnitt der mathematischen Möglichkeiten, Gestaltalgorithmen zu bilden, nämlich die drei Grundsysteme der Polygoneometrie Triangulation, Quadratur und Quintur. Andere Künste konnten vollen Gebrauch der Symmetriegesetze der Ebene und teilweise des Raumes, fraktaler Strukturen und sonstiger Ordnungsmuster in Fläche (mit perspektivischer 3D-Darstellung) oder im Raum machen. Es kann z.B. keinerlei berechtigten Zweifel geben, daß die fraktale Geometrie nicht proportionsbildend wäre.

3. Detaillierte Behandlung der Haupt- und Subfunktionen

3.1 Hauptfunktion 1 (PG 1): Förderung der Informationsreduktion

3.1.1 Schlüsselbedeutung der Hauptfunktion 1 "Reduktion der Zeichenfülle auf Zeichenordnung")

Proportion unterstützt die Wahrnehmung bei ihrer primären Aufgabe der Informationsreduktion, wodurch die Zeichenfülle (*bit-Menge*) jedes Blicks um den Faktor 4-5 (auf Superzeichen hin) gefiltert wird, damit die wesentlichen Informationen durch das Kurzzeitgedächtnis aufgenommen und der weiteren raschen Verarbeitung zugeführt werden können. Ich vertrete die These, daß die Propor-

tion die Informationsreduktion wesentlich fördern kann und damit einen *wesentlichen Anteil an der Vereinheitlichung der ästhetisch relevanten Informationen hat*.

Die rasche Identifizierung der Zeichenordnung macht erst den Blick frei für die Erfassung der *Gestaltbalance* "extensionalen Gestaltebene" (= Gestaltalgorithmus) und allen anderen Ebenen. [Die Aufnahme und Informationsreduktion der Umweltinformationen hat eine gewisse Ähnlichkeit mit PIAGETs Assimilation, die Informationsanreicherung und Interpretation nach den Kategorien Haupt- und Subfunktionen (3.2-3.5) mit der "Akkomodation" i.S. PIAGETs. Zwischen beiden muß ein Gleichgewicht herrschen.] Meine These der Informationsreduktion geht im Kern auf eine Arbeit von A.v. BUTTLAR & E. WETZIG (1973) zurück (s. Abb. 1). Die Verfasser hatten dieses Modell noch nicht explizit auf "Proportion" bezogen. Die Hauptfunktion 1 kann als Eingangsvoraussetzung für die Wahrnehmbarkeit ästhetischer Gestalt verstanden werden.

Die Hauptfunktion 1 "*Zeichenordnung in Zeichenvielfalt*" entscheidet, ob es der Wahrnehmung gelingen kann, aus der Vielfalt die Ordnung herauszulesen, und zwar innerhalb von Sekundenbruchteilen muß die Wahrnehmung in der Lage sein, aus 1-2 Mio. bits die 50-200 bits des Superzeichens "herauszufiltern". Wie in 3.1.2 dargestellt, beginnt die Wahrnehmung innerhalb von Sekundenbruchteilen nach erfolgter Reduktion mit der Anreicherung der am Objekt wahrgenommenen Detailstrukturen.

3.1.2 Ausführliche Darstellung der Informationsreduktion

Die Wahrnehmung des Menschen geht beim Anblick von Architektur und Kulturlandschaft offenbar in der Weise vor, daß sie erst die Prägnanz der Gesamtgestalt erfaßt, dann unbewußt mehrstufig Vereinfachungen auf übergreifende Ordnungen vornimmt, damit in mehreren Auflösungsstufen von der Vielfalt zur Ordnung übergeht, um dann wieder, mit besserer (bewußterer oder unbewußterer) Erfassung der Ordnung, zur Vielfalt zurückzukehren.

Alte Architektur und Kulturlandschaft weisen hierfür "*ein richtiges Verhältnis von Zeichenfülle und Zeichenordnung* - Einheit in der Mannigfaltigkeit - " auf (ibid.), das eine "blitzschnelle" Informationsreduktion sowie eine schnelle Wiederanreicherung mit ästhetischer Information begünstigt.

Bei der Wahrnehmung von Gründerzeitfassaden unternimmt es die "Wahrnehmung sogleich, diese objektive Information zu verringern und zu verarbeiten. Der Grund für die notwendige Verarbeitung des Informationsstromes liegt in der beschränkten Fassungskapazität des Gedächtnisses. (...) Informationsverringering erfolgt durch den Aufbau höherer Gestalten. Zeichen werden zu anderen

Zeichen höherer Ordnung, sogenannten 'Superzeichen', zusammengesetzt. Denn der Wahrnehmende sieht die architektonischen Einzelelemente ja nicht (...) *statisch*, sondern in ihrer Strukturiertheit. Ja, er sieht nicht einmal die Fülle der Einzelheiten zuerst, sondern tendiert sofort dazu, höhere Gestalten und Superzeichen zu bilden. (...) Der Betrachter wechselt auf ein Zeichenrepertoire höherer Ordnung. - Der rasche Übergang von der Zeichenfülle zur Zeichenordnung besagt: in dem Maße, wie Ordnung, d.h. Struktur am Objekt wahrgenommen wird, wird Information verringert. Der Wechsel zu Superzeichen immer höherer Ordnung wird nun so lange vollzogen, bis nicht weiter reduzierbare elementarste Grundstrukturen erkannt sind" (ibid.). Nach den Autoren bedarf es fünf Stufen der Informations- bzw. Komplexitätsreduktion, um die Aufnahmekapazität des Kurzzeitgedächtnisses zu unterschreiten. Der Auflösungsvergang wird nach Erfassung der grundlegenden Ordnung (Struktur) wieder umgekehrt, so daß sich nun die Aufmerksamkeit den vorher "vernachlässigten Details zuwenden kann. So wird die Information stufenweise wieder angereichert. ... Die intensive Wahrnehmung einer solch komplizierten Struktur wie der Gründerzeitfassade erfordert demnach einen mehrmaligen Wechsel der vorgeführten Betrachtungsstufen" (ibid.).

Voraussetzung hierfür ist, daß Zeichenfülle und -ordnung zueinander in einem angemessenen Verhältnis stehen.. Denn wenn die Komplexität groß ist, ihr aber keine Organisiertheit oder transparente Ordnung gegenübersteht - kennzeichnend für moderne Stadtumwelten -, empfindet der Wahrnehmende einen verwirrenden, irritierenden Eindruck von "Chaos, Unordnung". Wenn dagegen das andere Extrem, die totale Bestimmtheit oder variationslose Ordnung mit einer minimalen Zeichenfülle einhergeht, empfindet der Betrachter die als Monotonie, Wahrnehmungszwänge und ständige Verführung zur Depression.

Alte Architektur und Kulturlandschaft bieten "ein breites Spektrum architektonischer Ausdrucksmöglichkeiten an. Demgegenüber ist das Repertoire moderner Architektur (...) auf ein minimales zusammengeschrumpft. Dementsprechend schmal ist auch die Variationsbreite, die dem Architekten zur Verfügung steht" (v. BUTTLAR/ WETZIG/SELIG 1973, 14).

Demnach ist die sowohl Potential der bit-Reduktion als auch die Zahl der Übergänge sowie die durchschnittliche bit-Menge bei den Übergängen aufzulösenden bzw. aufbauenden Betrachtungsstufen ein Maß der Zeichenordnung, die Gesamtzahl der bits ein Maß für die Zeichenfülle (Vielfalt, Komplexität). Allerdings gibt es noch andere *syntaktische Merkmale* der Vielfalt, z.B. der Stoff, der Rhythmus, stilmäßige Gruppierung, und schließlich noch syntaktisch-semantische wie Farbe und Licht, Proportion und Maß, Ausdruck und Ausdrucksfülle,

Gruppierung, Gliederung und Tiefe sowie rein semantische wie Symbolik, Ornamentik, Atmosphäre etc., die ich den Unterkategorien der Proportion bzw. als Hauptfunktion einer objektiven Ästhetiktheorie auffassen würde.

3.1.3 Informationsreduktion um Faktor 10^{4-5} und Wiederanreicherung an geordneter Information

Informationsreduktion bedeutet, daß in der Wahrnehmung durch die Vielfalt (Zeichenfülle) eine klare Einfachheit und Ordnung durchscheint. Die Informationsreduktion nach 3.1 bezieht sich primär die Proportionen als System extensional affiner Strukturierung. *Die Informationsreduktion auf eine so kleine Bitmenge wie 50 bis 200 bit macht die Aufnahmekapazität von Wahrnehmung, Kurzzeitgedächtnis und psychischer Kräfte frei für die Aufnahme für die weiteren ästhetischen Merkmale des Objekts.*

Dies geschieht nur, wenn jede Gestaltebene eine Vereinheitlichung besitzt. Offenbar spricht jede Gestaltebene andere emotionale oder kognitive Bereiche der Psyche an, die Hauptfunktion 2 die Ordnungs- und Stilmerkmale, Hauptfunktion 3 die Ausdrucksqualitäten, Hauptfunktion 4 die Umwelteinpassung, und die Subfunktionen berühren die unterschiedlichsten Bereiche der Psyche: die Farbe und Textur mit ihrer idealtypisch pointilistischen Fraktalität werden sicher elementare Sphären des Gemüts, der Rhythmus aber dynamische Persönlichkeitsschichten ansprechen, die Semantik und Symbolik die kollektive und individuelle Gefühls- und Wertewelt der Menschen.

Wohlproportionierte Gestalten besitzen im Idealfall *größtmögliche Einfachheit und Klarheit in Verbindung mit optimaler Zeichenvielfalt*; der Übergang zur 2. Hauptfunktion besteht schon darin, daß Spannungen, Kontraste, Unschärfen, Übergänge, (Spiegel-) Symmetrien und (diese steigernden) Asymmetrie, Fraktalität in Details wie Textur, Licht, Farbe und Patina, Zentrierung, Kulmination, optische Täuschungen usw. die ästhetische Wirkung ungemein steigern können.

Im Folgenden will ich in 2.2 die Hauptfunktion 1 "Informationsreduktion" als Eingangsbedingung, daß Proportion zum Tragen kommt, behandeln. Hierfür müssen mindestens drei Voraussetzungen erfüllt sein:

1. die Gestalt muß eine Ganzheit darbieten, und dies hängt von Hauptfunktion 2 ab;

2. die Gestalt muß in allen seinen Haupt- und Untergliedern einem einheitlichen mathematischen Algorithmus oder zumindest einem einheitlichen Rasterystem (MÜLLER BROCKMANN, 1996, 2002) unterworfen sein).

3. Im Gegensatz zu sonstigen Künsten, Gestalten der Natur und des Menschen kann die Architektur nur einen kleinen Teil der potentiell möglichen Algo-

rithmen (Proportionen) verwirklichen, vor allem die der drei Grundpolygone der 3, 4 und 5. Diese weisen eine, wie auch geometrisch leicht gezeigt werden kann, bemerkenswerte Affinität unter einander, so daß Mischformen die Einheit der Proportion nicht immer stören. Wegen ihrer Einfachheit der Geometrie sind Doppel- oder Mehrfach-Probportionierungen ohne Verlust an Gestaltprägnanz möglich. So sind, wie DOCZI sehr schön gezeigt hat (ibid., 122-131), musikalische Grundharmonien leicht in geometrisch entworfene Algorithmen zu integrieren. Nicht zu vernachlässigen sind die 3.3 erläuterten Methoden von J. HAMBIDGE mit der "Diagonal-Spiral-Methode".

3.1.4 Gestaltprägnante Proportionierungen und historische Proportionierungen

Eine der einfachsten und sichersten Proportionierungsmethoden ist die der Rasterzeichnungen, die z.B. H P BERLAGE u.a. systematisch angewandt hat. Mit dieser Methode lassen sich proportionale Gestaltordnungen vieler Bauwerke der Hoch- und Anonymarchitektur nachweisen; der Nachweis dient zunächst - gemäß 1.2.3, 2. Abs. - zur Identifizierung von Gestaltprägnanz. (Nur wenn typenhaft bei Bauwerken immer wieder gleiche (Raster-) Proportionierung, wie z.B. bei gotischen Rat- und Bürgerhäusern nicht nur in den meisten Hansestädten, auftritt, wächst die Wahrscheinlichkeit, die gestaltprägnante Proportionierung der historischen entspricht.).

Der systemische Gesamteffekt der Gestalt kann wichtiger als die metrologische Genauigkeit sein. Diese Bemerkungen füge ich ein, weil Bauwerke niemals eine absolute Genauigkeit haben; bei einem im Grundriß "angenäherten Quadrat" der Gestaltalgorithmus des Quadrats intendiert sein; bei Dachneigungswinkeln von $59,6^\circ$, um 20° und 30° das gleichseitige Dreieck, bei Winkel um 54° und 36° das Pentagon (Goldener Schnitt), und bei Winkeln um 45° meist das Quadrat (aber, denkbar von der Systematik der Gesamtgestalt her, auch das Dreieck und Pentagon); aber beim Winkel von $51^\circ 49' 38''$ (z.B. viele ägyptische Pyramiden, altsächsische Bauernhäuser) wird man die Intention des Goldenen Dreiecks (= Dreieck im Rechteck von Maior und Minor) vermuten, wenn das algorithmische System die bestätigt.

Doch so allgemein gesprochen wäre diese Aussage wiederum falsch, denn in den Proportionen der Architektur gibt es wiederum Maßverhältnisse, die sehr genau stimmen müssen, damit ein Bauwerk nicht zu entstellt wird. Dies gilt für die Präzision der Wandöffnungen (Fenster, Türen, und sogar deren Unterteilungen, z.B. durch Sprossen, Rahmen, Fensterläden), Wandgliederungen durch Gesimse, Lisenen, Säulen usw.), Konturen mit symmetrischen oder asymmetrischen Akzentsetzungen, und die "Unterstützung" des vorherrschenden Gestaltal-

gorithmus (= Proportion) durch diverse Wiederholungen symmetrisch-affiner Kleinformen (Symmetriegruppen der Elemente, Ornamente), Fliesenstrukturen sowie fraktale Texturen und Substrukturen als offensichtlich ästhetisch unverzichtbare Elemente. Als Beispiel denke ich an Bauern- und Bürgerhäuser, die trotz ihrer kristallinen Klarheit oft von kaum zu steigernder Schönheit sein können; wo aber ist die "Vielfalt"?, wird man fragen. Sie ist in den zahllosen fraktalen Substrukturen z.B. der Materialstrukturen "versteckt".

Zum Psychologischen kann man sagen, daß die Wahrnehmung einer gestaltungsgeordneten, gestaltprägnanten Umwelt den Menschen in ein optimales Aktivitätsniveau versetzt, mit einem optimalem "Wechsel von der selektiven zur synthetischen Phase" (ibid.), und dabei in der subjektiven Befindlichkeit ein Gefühl des "In-Ordnung-Seins" und "Zufriedenheit" (F. SANDER 1926) einstellt.

3.2 Hauptfunktion 2 (PG 2): Anordnung der Gestaltteile (taxis/ordinatio, diathesis/dispositio nach Vitruv)

3.2.1 Einführung in die Gestaltalgorithmen in der Architektur, Bedeutung der praktischen Geometrie

Das Unterkapitel 3.1 befaßt sich im Grunde genommen nur mit der Ablesbarkeit der Grund- und Detailgestalten und der Aussage, daß sie in ihren extensionalen Relationen in affinen Verhältnissen stehen. Schon oben wurde oft festgestellt, daß das "Schöne" die Einheit in der Vielfalt als notwendige Voraussetzung hat. Umgekehrt heißt das, daß beim "Häßlichen ...", wie die durchgehende Bearbeitung des Problems ... gezeigt hat, diese eine Einheit" nicht vorliegt (K. HUBER 1954, 226).

Systematische Proportionen in der Architektur lassen sich mithilfe der praktischen Geometrie nahezu spielerisch für zwei- und dreidimensionale Gebilde (für Bauwerke) entwerfen, während dieses Ziel mittels Berechnungen äußerst aufwendig, schwierig oder (ohne Computer) kaum zu erreichen ist. Es liegt daher nahe, daß diese *im praktischen Denken und Handel* hochprofessionell agierenden Menschen der Vorindustriezeit die einfachen und leicht zu systematischem Erfolg führenden Methoden vorgezogen haben, insbesondere Praktiker des Bauens wie Zimmerleute, Steinmetzen und Maurer. Näherungszahlen von geometrischen Verhältnissen sind daher eher der Baugeometrie zuzurechnen. Fakt ist jedenfalls, daß sich wohl bei der überwiegenden Zahl gestaltprägnant erscheinender Bauwerke geometrische Proportionierung, von denen man sich allein in der Proportionsgruppe der Kreisgeometrie etwa 300 Proportionscodes nachweisen lassen (s. Kasten).

Wie in 3.2.2 dargelegt, machen die Proportionen der Architekturkörper selbst nur einen kleinen Teil der mathematisch-geometrisch möglichen *Proportionsgruppen* aus. Die euklidischen Proportionen der Architektur zentrieren sich auf die Kreisgeometrie (regelmäßige Polygone/Polytopen mit 3, 4, 5 Ecken) und einige andere einfache Konfigurationen, die NAREDI-RAINER (1982, 1999) recht vollständig darstellt. Die euklidischen Grundzahlen der Proportion 3, 4, 5 bilden aber auch als Seitenlängen das sog. pythagoräische Dreieck.¹

Die Zahlenlehre des PYTHAGORAS bezieht sich auch auf die grundlegenden musikalischen Proportionen (Intervalle): "Schwingende Saiten erklingen in musikalischen Intervallen, wenn ihre Längen zueinander in einfachen Zahlenverhältnissen stehen: Beträgt das Verhältnis 1:2, hört man eine Oktave. beim Verhältnis 2:3 eine Quinte, beim Verhältnis 3:4 eine Quarte etc. So besteht eine innere Verwandtschaft der Musik mit dem Urgrund der Welt, drückt sich *in der musikalischen Harmonie die metaphysische Ordnung* aus." (NAREDI-RAINER 1999, 13). Geometrisch lassen sich die genannten musikalischen Proportionen im Rahmen der sog. "Quadratur" darstellen: Die Oktave als Seitenverhältnis von einem zu zwei Quadraten (neben- oder übereinander), die Quinte als das von einem zu anderthalb Quadraten, und die Quarte anderthalb zu zwei Quadraten darstellen.

3.2.2 Möglichkeiten; Symmetrien in Abgrenzungen und Überlappungen

Der (visuell mathematische extensionale) Gestaltalgorithmus, den ich mit dem Term "Proportion" meine, bestimmt die *Gestaltstruktur des Ganzen und seiner Teile*. Die Hauptfunktion 2 umfaßt in etwa die Themen von Vitruv "taxis/ordinatio, diathesis/dispositio & symmetria". In Bezug auf mathematische Relationen und Bezüge des Messens grenzen sich die Hauptfunktionen von Subfunktionen (Symmetriegruppen, Reihungen, Detailgliederungen wie repetitive Muster) dadurch ab, daß sie *gleichzeitig* den Gestaltalgorithmus des Ganzen und

¹ Daß seine "Katheten einen rechten Winkel bilden, ist nicht nur praktisch sehr bedeutsam als geläufigste Methode zur Konstruktion des rechten Winkels, sondern stellt auch ein Musterbeispiel weitreichender PYTHAGORÄISCHER Zahlenspekulation dar: die Drei bedeutet das männliche, die Vier das weibliche Prinzip und die Fünf deren geheimnisvolle Vereinigung. Aus der Tatsache, daß die Summen der über den Katheten eines rechtwinkligen Dreiecks errichteten Quadrate gleich ist dem Quadrat über der Hypotenuse, erwächst diesem Dreieck mit den Seitenlängen 3,4,5 seine besondere mathematische Bedeutung: seine Seitenzahlen genügen als einzige unmittelbar aufeinanderfolgende Zahlen dem sog. 'pythagoräischen Lehrsatz', dessen algebraische Formulierung wir als $a^2 + b^2 = c^2$ kennen. ... Der unmittelbare Zusammenhang von Zahl und Gestalt wird so faßbar." (NAREDI-RAINER 1999, 39).

der Details ordnen, während die Detailordnungen (Subfunktionen) - in Abhängigkeit vom Ganzen - primär die Details ordnen. Diese Unterscheidung ist für das Verständnis der Proportion konstitutiv. Die Rasterfassade 2 in Abb. 1 gibt zwar den Details eine einheitliche, wenngleich monotone Ordnung, aber es besitzt keine feste - und schon gar nicht eine in Kontext Ordnung in der Vielfalt eingebundene - Beziehung zur Gesamtgestalt. Die Gestaltprägnanz ist gering und spannungslos, da die Gesamtgestalt sich *nicht notwendigerweise* aus dem Algorithmus ergibt und in der Hauptfunktion 1 eine geringe Informationsreduktion erforderlich ist. Das Raster *allein* ist ein Meß-, kein Maßsystem.

Die Organisation der Proportion geschieht am effizientesten durch Figuren und Winkel, die aus den drei Grundpolygonen abgeleitet sind (s. 3.2.4). Die in 3.1.4 erwähnte Rasterproportionierung ist bereits allein ein hochpotentes Werkzeug der kreativen Proportionierung (MÜLLER-BROCKMANN; LANGHEIN 1986, 188-200).

Wenn wir zum Verständnis des Wesentlichen die Sachverhalte der Kontur- und Detailgestaltung etwas vereinfachen und uns nur auf das Verhältnis Gestaltalgorithmus & Symmetriegruppen beschränken, lassen sich einige weitere grundsätzliche Abgrenzungen vornehmen. Bei Symmetriegruppen kommt es primär nicht auf funktionsabhängige Extension, sondern auf regelmäßige Transformation an; allerdings weisen regelmäßige geometrische Figuren ein bis mehrere Symmetrien auf. In der Architektur tauchen die Symmetriegruppen, von Ausnahmen bei Spiegelsymmetrien und Raumsymmetrien bei Rund- und Oktagonbauten abgesehen, als Unter- und Nebenfunktionen zum Gestaltalgorithmus auf, obwohl die Spiegelsymmetrie gewiß eines der Grundmerkmale der Architektur ist. Die Spiegelsymmetrie vieler Bauten oder die bewußt akzentuierende Asymmetrie sind Kompositionsmerkmale, die relativ unabhängig von den Proportionsgruppen oder -codes vorhanden und für die Gestaltprägnanz sehr bedeutungsvoll sind.

Wenn wir aber dagegen andere Künste in Betracht ziehen, so können wir sehen, daß die 2D-Symmetriegruppen für die Gestaltprägnanz der Ornamentik entscheidend sind. *Ornament ist die Kunst der Repetition geometrischer und nicht-geometrischer Formen in mehr oder minder komplexer symmetrischer und topologischer Anordnung.*² Die Ausstattung der Muster der visuellen Mathema-

² Je stärker geometrische, symmetrische und topologische Muster sich in einer Ornamentik decken, desto eindrucksvoller und gestaltprägnanter ist sie. Optimale ornamentale Meisterwerke sind in der islamischen Kunst entstanden (vgl. z.B. unter den vielen Publi-

tik, die 3D-Kunst der Architektur eigentlich haben, hat sich in vielen Hochkulturen zu besonderer Raffinesse entwickelt. Die Gliederung des Baukörpers sind Muster der Spiegel- und Rotationssymmetrie, die Gliederung der Teile aber kann eine große Palette von Symmetriegruppen "abgreifen", die der Architektur - außer bei Zentralbauten - sonst verwehrt sind. In Fassaden gewinnt die Spiegelsymmetrie für die Strukturierung ein großes Gewicht. Fraktale Elemente können in bestimmte Säulenordnungen, Ornamente und andere Architekturteile "hineingemischt" werden. In Fensterrosen und Maßwerken der Gotik wurden, vor allem aber in den Architekturornamenten der islamischen Kunst auf der Basis einfacher Polygonmuster hochkomplexe Gebilde, die auch ein vielfältiges Spiel ebener Symmetriegruppen in sich tragen, entwickelt. In den Alhambra-Ornamenten lassen sich alle 17 der 17 planaren Symmetriegruppen nachweisen (J.M. MONTESINOS AMIBILIA 1987, H. GÖTZE 1991).³

Es gibt Bauteile und -ornamente, die den Gesetzen räumlicher Symmetriegruppen folgen. Zu nennen ist hier die Gotik, Bauteile von Brunelleschi, Leonardo, Borromoni, Guarini u.a. Ein interessantes Feld bietet auch die Erforschung mathematischer Gesetzmäßigkeiten islamischer Ornamente wie der Muqarnas.

Treten wir aber aus dem Bereich der Architektur heraus, bietet sich in der Zeichenkunst, Malerei und anderen graphischen Künsten ein viel breiteres Spektrum an Möglichkeiten an Proportionsmöglichkeiten, Fraktalität, Parkettierungs- und Fliesenmuster (tesselations, tiling patterns) eingeschlossen und deren "Ausdrucksverstärkung" durch Symmetriegruppen in 2D und 3D, topologischen Mustern umzugehen, da spätestens seit der Renaissance die Darstellung von 3D-Konfigurationen auf 2D-Graphikkünsten via Projektion und Perspektive möglich wurde. Der Bildhauer und Mathematiker George HART hat unter konsequentem Bezug auf Piero della FRANCESCA die Möglichkeiten solcher 3D-Kunst auf seinen Netzseiten exemplarisch gezeigt; angeleitet durch diverse Raumgruppen läßt er eine "polyedrische Kunst" entstehen. Die Diskussion muß hier abgebrochen werden. An wenigen Beispielen sollte angedeutet werden, daß sich die gestaltalgorithmischen Kompositionsmöglichkeiten in den verschiedenen Künsten und Gestaltungsbereichen unterschiedlich auswirken können. Die Lei-

kationen die Werke von K. CRITCHLOW, B. PAVÓN MALDONADO u.v.a.; meine Datenbank referiert über 800 Publikationen).

³ Auch die im Rahmen der Ethnomathematik untersuchte große Zahl von Artefakten vieler Stammeskulturen bzw. volkskundlicher Abstammung weisen bemerkenswert viele planare Symmetriegruppen auf.

stungen der Renaissance verdienen hohe Bewunderung (z.B. Piero della Francesca, Leonardo da Vinci, Albrecht Dürer).

3.2.3 Prinzipien der gestaltalgorithmischen Anordnung in der Architektur

Das "Temperament" der Balance gestaltalgorithmischer Anordnungen in der Architektur, sei es durch Ruhe oder Dynamik, Subtilität oder Herbheit, Spannung oder Ausgewogenheit, optische Täuschungen oder "subtile Tricks" usw., hängt in der Hochkunst vom Stil, der nationalen Mentalität, dem Zeitgeist usw. ab, bei der traditionellen Architektur und Volkskunst von den regional vorherrschenden naturräumlichen Ausstattung, Wirtschaftslage und Landwirtschaftsformationen, Mentalität, Handwerkstraditionen usw. und selbstverständlich dem jeweiligen Zeitgeist in seiner regionalen Ausprägung ab. Während die Gotik sich - von England und Italien abgesehen - als relativ einheitlicher europäischer Stil präsentierte, konnte sich der in Rom entstandene Frühbarock in Frankreich und England nur erheblichen Anpassungen an die nationale Mentalität durchsetzen. In schwächerem Maße gilt dies für die habsburgischen Herrschaftsgebiete Österreich-Ungarns und einschließlich aller Kolonien. Dagegen kann man in osteuropäischen Ländern, z.B. in Polen, Litauen und Rußland, italienischen Frühbarock in Reinform wiederfinden. Der Barock schwelgte in Zahlmystik und liebte es, diese in Proportionsgeometrie "einzubauen".

Die große Mehrzahl der Hoch- und Anonymarchitektur bis 1850 scheint sehr wahrscheinlich den Gestaltalgorithmen der euklidischen Geometrie zu haben, und dabei überwiegend den Strukturgesetzen der Gruppe der Polygoneometrie gefolgt zu sein. Ihre Regeln waren zugleich einfach - sogar schon mit einem Schnurzirkel - ausführbar und in eine Vielzahl von Codes differenzierbar; die Figur 2 (RORICZER 1486, DÜRER 1525) schloß die geometrische Konstruktion aller drei Grund-Polygone, nur das Pentagon wurde annäherungsweise konstruiert. Die Polygonalgeometrie, obwohl sie doch nur einen winzigen Teil der Mathematik und nur einen Teil der geometrisch möglichen Proportionen ausmachte, ermöglichte theoretisch Entwurfshilfe für alle Bauwerke der vorindustriellen Zeit. In Ostasien war sie offensichtlich die Voraussetzung für die nationale oder regionale Standardisierung vieler Bauteile.

Die intuitive Wahrnehmung zeigt uns die proportionale Ausgeglichenheit der Anonym- und Hocharchitektur in den meisten Teilen der vorindustriellen Ökumene, die Reife der Baustandards sowie die sublimen Professionalität bei der Berücksichtigung der ästhetisch komplementären Gestaltkriterien, daneben auch der Funktionalität und Umweltanpassung. Viele Bauten sind zudem z.B. vorbildlich in Bezug auf Raumklima und passive Heizung und Kühlung, wie Beispiele

aus Persien, Japan oder Java zeigen, so daß man sich heute wieder auf alte Prinzipien besinnt.

Alte Baumeister hatten ein beträchtliches Gespür dafür, wo sie exakt bei der Gestaltung von Fassaden und Baukörpern sein mußten und wo Ungenauigkeiten duldbar waren. Unschärfen werden dort von der Wahrnehmung im Gestaltganzen toleriert, wo die Gestaltprägnanz nicht beeinträchtigt wird, etwa im Grundriß, in bestimmten Wandmaßen oder durch ungleichmäßige Fachwerkstreben. Dagegen stören Unschärfen von weniger als 5 cm bei den Fenstern und Fensterrahmen (oder solche von 1-2 cm bei Fenstersprossen); Dachansatz und Gesimse mußten ebenfalls relativ präzise bei städtischen Hausbauten sein, um die Prägnanzstörungen zu vermeiden. Diese etwas verwirrenden Sachverhalte sollten durch Wahrnehmungsexperimente genauer erforscht werden. In gewisser Hinsicht kann jeder Leser selbst bereits solche Experimente anstellen, indem er feststellt, welche Toleranzen ihm bei Türen, Fenstern und Fenstersprossen noch nicht bzw. schon ästhetisch störend erscheinen.

Die 2. Hauptfunktion der Proportion war bereits Gegenstand differenzierter Betrachtungen bei den Griechen, andernfalls hätten sie nicht solche Differenzierung der Proportionsbegriffe entwickeln können (wie *harmonía*, *táxis*, *symmetría*, *emmetría*, *diáthesis*, *eurythmia*, *oikonomía*, *metriótās*, *métron*, *lógos*, *analogía* u.a.); die Auflistung einiger dieser Begriffe bei Vitruv ist wahrscheinlich kryptisch trotz der vorgenommenen Differenziertheit allein schon aus dem Grund, weil das Fehlen einer römisch-latinischen Euklid-Übersetzung im Römischen Reich zeigt, daß im Römischen Reich eine dem damaligen Stand der geometrischen Wissenschaft entsprechende Proportionsanwendung vom normalen Architekten (die sich nicht zum Euklid-Studium nach Athen begaben) ganz offensichtlich nicht gefordert wurde und daß man sich auf die praktische Geometrie verließ (vgl. hierzu die Fußnoten in 4.4). Wenn die Mehrzahl der römischen Bauten nachweisbar nicht metrologisch sorgfältig vermessen, sondern auch geometrisch ähnlich sorgfältig proportioniert worden sind, weist dies auf hohen Stand der praktischen Architekturgeometrie im Römischen Reich hin. Offensichtlich herrschten Quadratur-Schemata vor (Vitruv erwähnt solche, z.B. in Buch IX), die blieben in Europa vorherrschend bis in die Spätromanik, also bis in die Zeit, in der nach 1120 eine Reihe von Euklid-Übersetzungen aus dem Arabischen entstanden (A. PRESAS I PUIG 1998).⁴

⁴ Schließlich darf man bemerken, daß es einen Input von Euklids Meisterwerk in die praktische Baugesamtheit der Gotik gegeben haben kann, weil just zu ihrem Anfang - also im ersten Drittel des 12. Jh. - ADELARD VON BATH gleich zwei, GERARDO VON

3.2.4 Einführung in die Proportionssysteme der Architektur und deren Auftauchen in Raum und Zeit

Es scheint weiterhin sinnvoll zu sein, die in 3.2.5 vorgestellten Proportionssysteme der Architektur nach den alten Bezeichnungen der praktischen Architekture geometrie in

- Triangulation
- Quadratur
- Quintur

einzuteilen. Eine sehr große Zahl von Architekturtraktaten bestätigt dies (die Zahl zwischen 1400 und 1850 geht europaweit in die Tausende; eine Studie wie die von J. ARCHER 1985 gibt einen Hinweis auf die große Zahl, die binnen des Zeitraums von 1715.1842 in Großbritannien erschienen sind; für meine Literatur-Datenbank strebe ich deren vollständige Erfassung aller Traktate an). Schon die ersten Architekturtraktate der Neuzeit wiesen darauf hin, daß es - etwa in der "dynamischen Vierecksreihe" - rätselhafte mathematische Übergänge der Reihe Gleichseitiges Dreieck, Quadrat, Pentagon, Hexagon usw. gibt, was auf Gestaltaffinitäten zwischen Hauptproportionsystemen (und deren Codes) schließen läßt. Die Abb. 132 bei NAREDI-RAINER oder Tafel XLVI bei GHYKA zeigen Beispiele solche Übergänge: Schlägt man mit einem Zirkel die Quadratdiagonale, erhält man ein Rechteck mit Diagonallänge $\sqrt{3}$, schlägt man diese Diagonale auf den Boden, erhält man ein Rechteck mit der Diagonale $\sqrt{4}=2$, bei Wiederholung $\sqrt{5}$ usw. So läßt sich geometrisch aus der Quadratur das Grundverhältnis der Triangulation, daraus das Grundverhältnis 1:2 (Quadratur) und hieraus das Grundverhältnis der Quintur bzw. des Goldenen Schnitts, das u.a. dadurch auszeichnet, daß (1) sich in Pentagon die Diagonalen nicht in einem Punkt schneiden (wie bei den beiden anderen Grundpolygonen) und (2) dadurch jede Diagonale zwei Schnittpunkte aufweist, deren Linienverhältnisse jeweils zweimal den Grundrhythmus des Goldenen Schnitts definieren.

Aus rationalen Teilungen des Dreiecks, Quadrats, Pentagons, Hexagons, Oktogons, Dekagons und der Verbindungslinien von Fliesenmustern ergeben sich zahlreiche systemtypische Winkel, die aus Querverbindungen dieser einfachen Figuren oder Figurfliessen, die für affine Kompositionen im Modus der Triangu-

CREMONA und HERMANN VON KÄRNTEN je eine lateinische Euklid-Übersetzung (auf der Basis arabischer Euklid-Texte, die in Spanien und Sizilien zugänglich waren) vorgelegt haben. Es handelt sich hier zunächst vielleicht nur um eine zufällige Zeitgleichheit und die Klärung evtl. Zusammenhänge wird sehr schwer sein, weil die praktische Geometrie zum Berufsgeheimnis gehörte, deren Wahrung ihren sozialen Rang und ihre ökonomischen Privilegien sicherte.

lation, Quadratur und Quintur herangezogen. Eine kleine Auswahl bezüglich der Quadratur zeigt NAREDI-RAINER auf den Abb. 133-136. Das Mittelalter mit seinem Sinn für das Praktische konnte hier aus dem Einfachen und Vollen schöpfen, und die wenigen schriftlichen Zeugnisse (Villard de HONNECOURT, M. RORICZER, SCHMUTTERMAYER, Frankfurter und Wiener Musterbuch usw., s. G. BINDING et al. 1978, 2001) bestätigen die Anwendung der praktischen Geometrie vollends.

Ausführliche Untersuchungen an Sakral- und Profanarchitektur zeigen (die auch ich während der 80er Jahre in großer Zahl durchführte), daß die Proportionssysteme der Hocharchitektur in Europa sich primär nach der Zeit, in Asien nach der Religion und in der europäischen Anonymarchitektur nach Raum (d.h. der Region der Hanslandschaft) wandelten. Schon in der Vorzeit scheinen (Grundrisse von) Häuser nach Triangulation (Lepinski Vir, 6.000 Jahre alt), bandkeramische Langhäuser (R.HELM 1952 /NAREDI-RAINER, 207) oder Quadratur (Hinduismus, Buddhismus, Islam, Römer) entworfen worden zu sein. Die Quintur findet sich im Aufriß vieler ägyptischer Pyramiden i.S. des "Goldenen Dreiecks" (= Rechteck im maior/minor-Rechteck); während die Griechen sich offenbar aller drei Systeme mit hohem kreativen Feingefühl bedienten - gemäß ihren von Euklid kodifizierten geometrischen Einsichten - bedienten. In der korinthischen Säulenordnung liegt fraktale Geometrie vor. Für die römischen Antike und Spätantike bis zur Romanik darf man offensichtlich vom Vorherrschen der Quadratur in der Hocharchitektur sprechen. Die Triangulation ermöglichte der Gotik ihre statischen Höchstleistungen, die Diaphanisierung von Wand und Licht, und eine noch stärkere symbolische Verankerung der Proportionen; die Proportionen der Quadratur blieben hintergründig präsent. Die Renaissance versuchte sich auch an musikalisch-algebraischen Proportion, was nicht selten als Mängel der Gestaltprägnanz empfunden werden mag, wenn den Bauleuten der Gebrauch ihrer praktischen Geometrie untersagt wurde (Alberti am Tempio Malatestiano?). Der Barock mischte mit relativ glücklicher Hand je nach Belieben Triangulation und Quadratur und hat es doch vermocht, einer großen Zahl seiner Bauten eine bemerkenswerte Gestaltprägnanz, verbunden mit Ausdruckskraft des Heiteren (ein Merkmal, das für eine Epoche strenggläubiger Religiosität erstaunlich erscheinen mag) zu geben. Der Barock wurde zur zweiten großen Zeit der Baufamilien, was sicher nicht zuletzt darauf zurückzuführen war, daß aufgrund der stark expandierenden Baunachfrage viele Familien des Bauhandwerks, z.B. aus zahlreichen Tessiner und dem italienischen Graubünden, fast europaweit (von Großbritannien abgesehen) zu einflußreichen Familiendynastien aufstiegen.

3.2.5 Die Proportionscodes der Architektur

Die Ableitung einiger architektonischer Proportionscodes aus den "Grundpolygonen"

Das gleichseitige Dreieck, Quadrat und Pentagon können als wesentliche Proportionsbildner der praktischen Baugeometrie ansehen. Sie alle lassen sich aus einer einzigen geometrischen Konstruktion, die DÜRER von Mathis RORICZER (1486) übernommen hat, ableiten (s. Abb. 2). Durch Über- und Aneinandersetzen lassen sich nicht nur die Polygone und Polytope der regelmäßig auf den Kreis projizierbaren Figuren der 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 12, 15, 16, 18, 20, 21, 24 usw., sondern Aneinanderfügen von Dreiecken, Quadraten und Sechsecken neben- und übereinander, durch Hinzusetzen von halben Quadraten zu Quadraten usw. zahlreiche - i.S. der visuellen Mathematik - affine Figuren entwerfen. Durch Diagonalen, Halbdiaagonalen und Verbinden von unterschiedlicher Punkte in Dreiecksrastern entstehen weit über 200 Winkel, die als entwurfsvorbereitende Rasternetze einsetzbar sind und die Proportion der traditionellen Architektur vieler Hauslandschaften erklären können.

Auch aus "Nur-Zirkel"-Konstruktionen (G. MOHR 1672, 1672) und L. MASCHERONI (1797, 1798) können komplexe Entwürfe gewonnen werden. Beide Verfahren ergänzen sich, wie der berühmte Aufriß des Mailänder Doms bei C. CESARIANO (1521), z.B. reproduziert bei W. RIVIVS 1547.

EUKLIDISCHES PROPORZIONSSYSTEM-I "Triangulation" bzw. Trigonometrie

Trigonometrische (oder triangulare) Baugeometrie, basierend auf dem Gleichseitigen Dreieck, nachgewiesen seit der Vorzeit (z.B. in Lepenski Vir, Federsee u v.a.O.), auf ihm aufbauenden Polygonen (wie 6-, 9-, 12-, 18eck), geometrischen Kombinationen, Winkelfunktionen, Winkelhalbierenden, Mittelsenkrechten, dem Rechteck $1*3$ usw. sowie Diagonalen vieler in der Trigonometrie konstruierbarer Rechtecke.

Vorherrschende Winkel: 60° , 30° , 50° , 40° , 20° etc. (Reihe I-1) Winkelfunktionen aus $\sqrt{3}:1$ (Reihe I-2), Diagonale im Rechteck $1*3$ (Reihe I-3), Diagonale/Winkelfunktionen des Rechtecks Länge x Höhe (= $1*\sqrt{3}$) (Reihe I-4), Hälften in diesem Rechteck (Reihe I-5) sowie weiterer trigonometrischer Winkel und Figuren.

EUKLIDISCHES PROPORZIONSSYSTEM II "Quadratur" bzw. Tetrageometrie

Tetrageometrische (oder quadraturale) Baugeometrie, basierend auf dem Quadrat (Tetragon, regelmäßiges Viereck), seinen Diagonalen durch Ecken und Sei-

tenmittelpunkten, regelmäßigen Verkleinerungen u. Vergrößerungen, Verdopplungen, Anfügen von Quadrathälften usw.; eingeschriebenen Dreiecken, Rechteck mit $1*\sqrt{2}$, $1*2$, $1*4$ usw., geometrischen Ableitungen, Winkelfunktionen usw., Quadratverdopplungsmethode (nach Platon, Vitruv, Roriczer, Schmuttermayer u.v.a.)

Vorherrschende Winkel: 45° , $22,5^\circ$ etc. (Reihe II-1), Diagonalen und Winkelfunktionen Rechteck $1*\sqrt{2}$, KNAUTHsches Dreieck (Dreieck im Quadrat), Gotisches Dreieck (im Achteck = "Achtort", Kulmbacher Dreieck (Reihen 11-3,4), Rechtecke $1*2$, $1*4$.

EUKLIDISCHES PROPORZIONSSYSTEM III des Goldenen Schnittes (Quintur) bzw. der Pentagonometrie

Pentagonmetrische (oder quinturale) Baugeometrie, basierend auf der Geometrie des regelmäßigen Fünfecks bzw. -stern (sowie des 10-, 20- und 40ecks), des Major-/Minor-Verhältnisses des GOLDENEN SCHNITTES ($0,6180338...$), vieler weiterer geometrischer und arithmetischer Ableitungen, Linien- und Zirkelnetze.

Vorherrschende Winkel: 36° , 54° , 72° , 27° , 108° , 18° (Reihe III-1). Goldenes Dreieck (s. Reihe 111-2) mit Seite zu Höhe im Goldenen Schnitt, Winkelfunktionen der Major und Minor (III-3), Rechtecke $1*\sqrt{5}$, $1*5$ etc. u. jeweilige Halbierungen, Kreisgeometrie usw.

3.2.6 Gestaltalgorithmen in Gestalten der 2D-, 3D- und 4D-Künste und Artefakten im Allgemeinen und der Architektur im Besonderen

Die Anwendung der Proportionen hängt wie gesagt davon ab, ob es sich um 2D-, 3D- oder 4D-Künste und Artefakte handelt. Die Gestaltalgorithmen in zwei Dimensionen (2D) erscheinen zunächst beschränkter als in den anderen Dimensionen; durch die Erfindung der projektiven Geometrie und die epochale Weiterentwicklung der Perspektivtheorie wurde dieser "Nachteil" der 2D-Künste (vor allem der graphischen Künste) jedoch aufgehoben und die graphischen Künste die vielfältigsten Proportionen abbilden, schon aus dem einfachen Grund, weil sie nicht unter dem Zwang von Schwerkraft und Funktionalität standen.

Zur 3D-Gestaltalgorithmus der Architektur s. einleitend 2.2.3, 2. Abschnitt. Die Betrachtung von 4D-Künsten (z.B. Tanz) bleibt hier außer Betracht.

Da diese Studie sich vor allem auf die Architekturproportionen - also auf 3D-Artefakten und 3D-Kunst bezieht - müssen wir uns nochmals mit den Besonderheiten der Architektur gegenüber anderen 3D-Künsten und Artefakten beschäftigen: Architektur betrifft mehr oder minder Immobilien, die über mehrere bis

viele Generationen funktional sein müssen (Ästhetik gehört mit zu den "Funktionen"!)). Die Gesetze der Schwerkraft und Statik spielen bei der Architektur eine unvergleichlich größere Rolle als bei anderen Artefakten und Künsten. Weiter unterscheidet sich die Architektur dadurch, daß sie Gehäuse, die Dauernutzen (permanente Funktionalität) ermöglichen müssen und daß sie jeweils individuell erdräumlich verortet sind. Ferner sind selbst ihre kleinsten Ausführungen erheblich größer als der Menschen, und dem menschlichen Blick bieten sie sich in ihren einfachsten Ausformungen Häusern normalerweise in 1-2 senkrechten Flächen (Fassaden) und einer geneigten Fläche (Dach) an. Öffnungen und Gliederungen, Texturen, Ornamentik und andere Bildelemente reichern die Zeichenfülle von Architektur in der Weise an, daß in ihr die 2D-Elemente von Fassaden und Dach wahrnehmungsbezogen fast den Charakter von 2D-Gestalten annehmen können. Die Schauffassaden von Bürgerhäusern und Rathäusern sowie die Westseiten vieler Kathedralen kultivieren zusätzlich die 2D-Wirkungen, und dies wird besonders deutlich, wenn die zu Ensemblewirkungen von Bürgerhausreihen (etwa gotischer, alpenländischer oder mediterraner Hausreihen, besonders, wenn noch Laubengänge integriert werden) führt.

Wie dem auch immer sei, Proportionen können auf sehr vielen Möglichkeiten der visuellen Mathematik zu Bildung "geordneter Felder" und "Räume" bestehen. Dieses große Möglichkeitsspektrum, das euklidische und nicht-euklidische Mathematik einschließen kann, wird aber wegen der o.g. Gründe in Bezug auf die Gestaltung architektonischer Körper auf relativ wenige "Proportionsgruppen" eingeschränkt, und nur im Repertoire der Architekturteile und "Zusatzzeichen" können viele weitere Proportionsgruppen eingesetzt werden.

Aus den in Kap. 4. vorgestellten mathematischen Möglichkeiten, Proportionsgruppen zu bilden, kommen für architektonische "Grundgestaltungen" eigentlich nur die einfache euklidische Geometrie - und darunter primär die Polygon-Geometrie der drei Grundfiguren gleichseitiges Dreieck, Quadrat und Fünfeck (und deren Übereckstellungen zu Sechseck, Oktagon, Zehneck usw.) in Frage, die Geometrie einfacher logarithmische Formen und einfacher fraktaler Grundformen. Es ist allerdings erstaunlich, welche außerordentliche Vielfalt aus derart einfachen Grundformen wie den Polygonen als "Proportionscodes" der Architektur dann doch gewonnen werden können.

Die Bau traktate von C. CESARIANO (1521) und W. RIVIUS (1547, xxiii; 1548, xxvii & xxix) zeigen den Aufriß des Mailänder Doms mit Triangulationslinien und Kreisen. Ich erwähnte schon, daß gotische Bürgerhäuser straßenweise nach der Triangulation gestaltet wurden; man findet in Brügge, Lübeck oder Danzig Tausende solcher Häuser, und auch in Süddeutschland, wie z.B. das alte

Rathaus von Weissenburg/By. Dagegen wird man außerhalb der typischen Gebiete solche Bauten recht selten finden (z.B. nur ein Bürgerhaus in Fachwerkstadt Melsungen, lt. R. HELM 1967, 48).

Die Proportionssysteme der traditionellen Architektur zeigt einen breiten Gebrauch von Codetypen aller drei Proportionssysteme. HELM mag Recht haben, daß "das Maßsystem aus dem Fünfeck seine große Zeit im hohem Mittelalter" (ibid.) hatte. Es ist offensichtlich auch in den Bauernhäusern des altsächsischen Gebiets Norddeutschlands weitverbreitet, nicht jedoch bei den friesischen Bauernhäusern, die die Quadratur, ebenso wie die Deutschschweiz, Vorarlberg und Oberschwaben, aufweisen. Quadratur findet sich in Slowenien und Litauen. Die alpenländischen Flachdachhäuser scheinen einem speziellen Typ der Triangulation zu entsprechen.

In Asien sind Sakralbauten des Hinduismus und Buddhismus ebenfalls aus der Quadratur entworfen, bedingt durch den Symbolik des Quadrats in diesen Religionen.

Literatur

- ALEXANDER, Christopher et. al. (1977), A pattern language. Towns, buildings, construction, New York (Oxford University Press), xlv, 1174 S.
- ARCHER, John (1985), The literature of British domestic architecture 1715-1842, Cambridge MA (M.I.T.), xxvi, 1077 S.
- BINDING, Günter et al. (1987), Der mittelalterliche Baubetrieb nördlich der Alpen in zeitgenössischen Darstellungen, Darmstadt (WBG), 280 S., 32 T.
- (1999), Baubetrieb im Mittelalter, Darmstadt (WBG), 530 S.
- (2001), Der mittelalterliche Baubetrieb in zeitgenössischen Abbildungen, Darmstadt (WBG), 216 S.
- v. BUTTLAR, Adrian & A: WETZIG (1973), Die Schönheit der Stadt, berechnet. Informationstheorie als methodische Ansatz für die Stadtbildpflege, in: Süddeutsche Zeitung 103 (05./06.05.1973), 151-152
- DOCZI, György (1984), Die Kraft der Grenzen, München (Dianus-Trikont), 167 S.
- GÖTZE, Heinz (1991), Die Baugeometrie von Castel del Monte, Sitzungsberichte der Heidelberger Akademie der Wissenschaften, Winter 1991, 54 S.
- GHYKA, Matila C. (1977ff.), The geometry of art and life, New York (Dover), 174 S.
- (1931), Le nombre d'or, Tome Ier, Le rythmes; Tome II, Paris (Gallimard), 174 & 189 S.
- HELM, Rudolf (1967), Das Bürgerhaus in Nordhessen, Reihe Das Deutsche Bücherhaus X, Tübingen (Wasmuth), 160 S., 144 T.

- (1978), *Das Bauernhaus im Alt-Nürnberger Gebiet*, Nürnberg Buchhandlung Emil Jacob), 220 S.
- HUBER, Kurt (1954), *Ästhetik*, Ettal (Buch-Verlag Ettal), 295 S.
- HUMPERT, Klaus & Martin SCHENK (2001), *Entdeckung der mittelalterlichen Stadtplanung. Das Ende vom Mythos der 'gewachsenen Stadt'*, Stuttgart (Theis), Darmstadt (WBG), 388 S.
- LANGHEIN, Joachim (1986), *Metageographie als humanökologisch komplexe Geographie. Ein Beitrag zur Allgemeinen und zur Angewandten Geographie für eine Stabilitätsanalytik der Geosphäre mit dem Ziel einer ökostabilen Zivilisation*, Ph.D. Diss. in Geographie (Naturwiss.-Math. Ges.Fak. d. Univ. Heidelberg), 419 S. (auf dem Server der UB Heidelberg zugänglich)
- (1989), *Möglichkeiten der Systemtheorie für fächerverbindendes Arbeiten zwischen Geographie und Religionswissenschaft*, in: RUDOLPH, K. & G. RINSCHÉDE Hrsg., *Beiträge zur Religion/Umwelt-Forschung I = Geographia Religionum 6*, Berlin, 129-166
- (1998) *Vorstellung meiner Datenbank "Proportion, Metrologie und modulare Gestaltordnung in Architektur, Kunst, Kultur und Natur"*, in: D. AHRENS & Rolf C.A. ROTTLÄNDER Hrsg., *Ordo et Mensura IV/V*, Intern. interdisziplinärer. Kongreß f. Historische Metrologie 04.-07.09.1997 im Deutschen Museum München, St. Katharinen (Scripta Mercaturae Verlag), 366-372
- (2000) *Was ist Proportion ...?* In: Rolf C.A. ROTTLÄNDER Hrsg., *Ordo et Mensura VI*, VI. Intern. interdisziplinären. Kongreß f. hist. Metrologie vom 28.-31.10.1999 in der PTB Braunschweig, St. Katharinen (Scripta Mercaturae Verlag), 201-221
- MASCHERONI, Lorenzo (1797), *La Geometria del compasso*, Pavia (Eredi di P. Galeazzi 1797), französische Übersetzung 1798: *Géométrie du compas*, Paris
- MOHR, Georg (1672), *Euclides Danicus, Bestaende udi Too Deelee. Dend Første Deel: Handler udaf de Sex Første/ Euclidis Bøger/ de der udi begreffne Maalkunstige Werckstycker. Dend Anden Deel: Giffver Anledning Atskillige Werckstycker at giøre/ som Skæring/ Røring/ Deeling/ Skinbar Tegnkonst oc Soole-vijsere. Alleniste med en Cirkel (Foruden Linial at bruge) med Skærelser af Runder*, Mar 1672, Amsterdam (Jacob van Velsen for Authore) (dänische Ausgabe)
- (1672) *Euclides Danicus, Bestaende in twee Deelen: Het eerste Deel: Handeltd van de Meetkonstige Werckstucken, begrepen in de ses eerste Boecken Euclidis: Het tweede Deel: Geeft aenleyding om verscheyde Werckstucken te maecken, als van Snijding, Raecking, Deeling, Perspective en Sonnewijzers. Alleenig met een Passer te wercken (sonder Rye ofte Liniael te gebruycken) door Snijding van Ronden...*, Amsterdam (Iacob van Velsen: 1672) (niederländische Ausgabe)

- MÜLLER-BROCKMANN (1981, 2002), *Raster-Systeme für die visuelle Gestaltung. Ein Handbuch für Grafiker, Typografen und Ausstellungsgestalter*, Sulgen (Niggli), 176 S.
- NAREDI-RAINER, Paul v. (1999). *Architektur und Harmonie. Zahl, Maß und Proportion in der abendländischen Kunst*, Köln (DuMont), 312 S.
- MONTESINOS AMIBILIA, José Maria (1987), *Classical tessellations and three-manifolds*, Heidelberg, New York (Springer-Verlag), 248 S.
- PAVÓN MALDONADO, Basilio (1989²), *El arte hispanomusulman en su decoración geométrica*, Madrid (M.A.E.), 696 S.
- PUIG I PRESAS, Albert (1998), *Praktische Geometrie und Kosmologie am Beispiel der Architektur*, München (Deutsches Museum, Institut für Architektur), 339 S.
- (1997), *Un ejemplo de la geometría practica del gótico: el Büchlein von der Fialen Gerechtigkeit und y la Geometria deutsch von Matthäus Roriczer*, in: Lull no. 38, vol 20 (Barcelona)
- RIVIUS (RYFF), Gualtheris H. [Walther] (1447), *Der furnembsten notwendigen der gantzen Architectur angehörigen mathematischen Künst eygentlicher Bereich und verstendliche Unterrichtung*, Nürnberg, Reprint Hildesheim, New York (Olms)
- (1984), *Zehen Bücher von der Architektur und künstlichen Bauen. Erstmals verteutscht durch G.H.R. Mit einleitenden Bemerkungen zum Nachdruck von Erik Forssmann*, Nürnberg, Reprint Hildesheim (Olms)
- SANDER, Friedrich (1927), *Über räumliche Rhythmik. Experimentelle Untersuchungen über rhythmusartige Reihen- und Gruppenbildungen bei simultanen Gesichtseindrücken*, in: *Neue Psychol. Studien 1*, 125-158